Лабораторна робота № 6

Ітераційні циклічні алгоритми. Обчислення значення функції як суми нескінченного ряду. Використання методів класу Math для математичних обчислень.

Мета роботи: оволодіння практичними навичками розробки та програмування алгоритмів ітераційної циклічної структури, створення та використання статичних методів класів, виконання математичних обчислень засобами класу Math.

Короткі теоретичні відомості

Клас Math належить до пакету java.lang, що містить усі службові класи, потрібні для роботи інших програм-класів (наприклад, клас String, що використовується для обробки текстових стрічок). Math містить статичні методи, що виконують обчислення найбільш поширених математичних функцій а також значення констант:

- public static final double Math.PI –число π ;
- public static final double Math.E – основа натурального логарифма, число е.

В таблиці нижче наведено деякі методи цього класу.

Тип результату	**Назва методу і тип параметрів**	**Функція, що обчислюється**
Залежно від типу аргументу	abs(… a)	абсолютне значення (модуль) числа, тип аргумента double, float, int або long
Double	acos(double a)	Арккосинус
Double	asin(double a)	Арксинус
Double	atan(double a)	Арктангенс
Double	sin(double a)	синус кута а (в радіанах)
Double	cos(double a)	Косинус
Double	tan(double a)	Тангенс
Double	exp(double a)	e^x
Double	log(double a)	натуральний логарифм а
Double	pow(double a, double b)	a^b
Double	random()	випадкове число від 0.0 до 1.0
Double	rint(double a)	значення типу int, найближче до а (заокруглення до цілого)
Long	round(double a)	заокруглення до цілого
Int	round(float a)	заокруглення до цілого
double	sqrt(double a)	$\sqrt{a}$
double	toDegrees(double a)	перетворення аргументу з радіанної міри в градусну

double	toRadians(double a)	перетворення аргументу з градусної міри в радіанну

Оскільки всі перелічені функції є статичними методами класу Math, то перед їх викликом слід через крапку вказувати ім'я класу, наприклад, значення синуса 42-х градусів одержується так:

Math.sin(Math.toRadians(42))

Завдання Створити клас, в якому реалізувати статичні методи для обчислення значень вказаних у варіанті елементарних функцій за допомогою степеневих рядів з точністю до члена, меншого за абсолютною величиною за 0.00001. Обчислити значення заданих виразів у заданих точках з використанням методів створеного класу, та за допомогою методів класу Math. Порівняти результати (вивести модуль різниці).

Варіанти завдань

№.	*Функції*	Вираз	Значення x
1	$e^x = \sum_{k=0}^{\infty} \frac{x^k}{k!}$ $arctg\, x = \sum_{k=0}^{\infty} (-1)^k \frac{x^{2k+1}}{2k+1}$ $\ln(1+x) = \sum_{k=1}^{\infty} (-1)^{k-1} \frac{x^k}{k}$	$f(x) = \frac{e^{\frac{1}{\ln x}}}{e^{arctg(x-0,4)} + e^{arctg(x-0,8)}}$	0.2 0.7 1.2
2	$\sin x = \sum_{k=0}^{\infty} (-1)^k \frac{x^{2k+1}}{(2k+1)!}$ $\cos x = \sum_{k=0}^{\infty} (-1)^k \frac{x^{2k}}{(2k)!}$ $\frac{1}{(1-x)^2} = \sum_{k=0}^{\infty} (k+1)x^k$	$f(x) = \frac{\sin x + \cos x}{(1-x)^4}$	-0.5 0 0.5
3	$sh\, x = \sum_{k=0}^{\infty} \frac{x^{2k+1}}{(2k+1)!}$ $ch\, x = \sum_{k=0}^{\infty} \frac{x^{2k}}{(2k)!}$ $\ln(1+x) = \sum_{k=1}^{\infty} (-1)^{k-1} \frac{x^k}{k}$	$f(x) = \frac{sh\, x - chx}{\log_{\frac{1}{2}}(1+x)}$	0 0.5 1
4	$\sin x = \sum_{k=0}^{\infty} (-1)^k \frac{x^{2k+1}}{(2k+1)!}$ $\cos x = \sum_{k=0}^{\infty} (-1)^k \frac{x^{2k}}{(2k)!}$ $e^x = \sum_{k=0}^{\infty} \frac{x^k}{k!}$	$f(x) = e^{5x} \sin 7x + e^{7x} \cos 5x$	3 5 7
5	$arctg\, x = \sum_{k=0}^{\infty} (-1)^k \frac{x^{2k+1}}{2k+1}$	$f(x) = \frac{5}{1+arctg\, x} + \frac{15}{1-arctg\, x}$	-0.2 0.1 0.4

	$\frac{1}{1+x}=\sum_{k=0}^{\infty}(-1)^k x^k$ $\frac{1}{1-x}=\sum_{k=0}^{\infty}x^k$		
6	$\sin x=\sum_{k=0}^{\infty}(-1)^k\frac{x^{2k+1}}{(2k+1)!}$ $arctg\,x=\sum_{k=0}^{\infty}(-1)^k\frac{x^{2k+1}}{2k+1}$ $\ln(1+x)=\sum_{k=1}^{\infty}(-1)^{k-1}\frac{x^k}{k}$	$f(x)=\frac{arctg\left(\frac{1+\sin 3x}{2}\right)}{\log_{\frac{1}{3}}(1+\sin 5x)}$	2 7 12
7	$\sin x=\sum_{k=0}^{\infty}(-1)^k\frac{x^{2k+1}}{(2k+1)!}$ $\cos x=\sum_{k=0}^{\infty}(-1)^k\frac{x^{2k}}{(2k)!}$ $\frac{1}{1+x}=\sum_{k=0}^{\infty}(-1)^k x^k$	$f(x)=\frac{15}{1+\sin 3x}+\frac{1}{1+\cos 5x}$	0 3 5
8	$\sin x=\sum_{k=0}^{\infty}(-1)^k\frac{x^{2k+1}}{(2k+1)!}$ $ch\,x=\sum_{k=0}^{\infty}\frac{x^{2k}}{(2k)!}$ $\ln(1+x)=\sum_{k=1}^{\infty}(-1)^{k-1}\frac{x^k}{k}$	$f(x)=\frac{\ln\frac{x}{5}}{1+\sin 3x}+\frac{ch\frac{x}{3}}{1+\sin 5x}$	1 2 3
9	$sh\,x=\sum_{k=0}^{\infty}\frac{x^{2k+1}}{(2k+1)!}$ $\cos x=\sum_{k=0}^{\infty}(-1)^k\frac{x^{2k}}{(2k)!}$ $\ln(1+x)=\sum_{k=1}^{\infty}(-1)^{k-1}\frac{x^k}{k}$	$f(x)=\frac{\ln\frac{x}{4}}{1+\cos 3x}+\frac{sh\frac{x}{3}}{1+\cos 5x}$	1 2 3
10	$\sin x=\sum_{k=0}^{\infty}(-1)^k\frac{x^{2k+1}}{(2k+1)!}$ $\cos x=\sum_{k=0}^{\infty}(-1)^k\frac{x^{2k}}{(2k)!}$ $\frac{1}{1-x}=\sum_{k=0}^{\infty}x^k$	$f(x)=\frac{25}{1-\sin 33x}+\frac{33}{1-\cos 25x}$	10 23 35
11	$\sin x=\sum_{k=0}^{\infty}(-1)^k\frac{x^{2k+1}}{(2k+1)!}$ $arctg\,x=\sum_{k=0}^{\infty}(-1)^k\frac{x^{2k+1}}{2k+1}$ $\ln(1+x)=\sum_{k=1}^{\infty}(-1)^{k-1}\frac{x^k}{k}$	$f(x)=\frac{\ln(1+\sin 33x)}{arctg\left(\frac{1}{2}-\frac{1}{3}\sin 33x\right)}$	10 23 35

12	$sh\,x=\sum_{k=0}^{\infty}\frac{x^{2k+1}}{(2k+1)!}$ $arctg\,x=\sum_{k=0}^{\infty}(-1)^k\frac{x^{2k+1}}{2k+1}$ $\frac{1}{1+x}=\sum_{k=0}^{\infty}(-1)^k x^k$	$f(x)=\frac{sh\left(\frac{1}{1+2}\right)}{arctg\left(\frac{1}{2}-\frac{x}{3}\right)}$	0.10 0.23 0.35
13	$\cos x=\sum_{k=0}^{\infty}(-1)^k\frac{x^{2k}}{(2k)!}$ $arctg\,x=\sum_{k=0}^{\infty}(-1)^k\frac{x^{2k+1}}{2k+1}$ $\ln(1+x)=\sum_{k=1}^{\infty}(-1)^{k-1}\frac{x^k}{k}$	$f(x)=\frac{arctg\left(\frac{1+\cos 7x}{2}\right)}{\log_{\frac{1}{5}}(1+\cos 3x)}$	-2 0.7 1.2
14	$\sin x=\sum_{k=0}^{\infty}(-1)^k\frac{x^{2k+1}}{(2k+1)!}$ $\cos x=\sum_{k=0}^{\infty}(-1)^k\frac{x^{2k}}{(2k)!}$ $\ln(1+x)=\sum_{k=1}^{\infty}(-1)^{k-1}\frac{x^k}{k}$	$f(x)=\frac{\log_{\frac{1}{5}}(1+\cos 3x)}{\log_{\frac{1}{3}}(1+\sin 5x)}$	-12 -7 2
15	$\cos x=\sum_{k=0}^{\infty}(-1)^k\frac{x^{2k}}{(2k)!}$ $\frac{1}{1+x}=\sum_{k=0}^{\infty}(-1)^k x^k$ $\frac{1}{1-x}=\sum_{k=0}^{\infty}x^k$	$f(x)=\frac{5}{1+\cos 7x}-\frac{7}{1-\cos 5x}$	20 30 40

Приклад

№	Функції	Вираз	Значення x
16	$\sin x=\sum_{k=0}^{\infty}(-1)^k\frac{x^{2k+1}}{(2k+1)!}$ $\frac{1}{1+x}=\sum_{k=0}^{\infty}(-1)^k x^k$ $\frac{1}{1-x}=\sum_{k=0}^{\infty}x^k$	$f(x)=\frac{15}{1+\sin 3x}+\frac{1}{1-\sin 5x}$	1 4 7

Завдання поєднує в собі декілька задач:
Запрограмувати алгоритми знаходження значення заданих функцій для заданого значення x;
Реалізацію алгоритмів знаходження функцій оформити у вигляді методів окремого класу;
Обчислити значення заданого виразу за допомогою методів створеного класу;
Обчислити значення виразу за допомогою методів класу Math і порівняти результати.

Алгоритм знаходження значення функції у вигляді суми ряду полягає в циклічному знаходженні наступного доданка та додавання його до значення деякої змінної, де міститься поточне значення суми. Обчислення загального члена ряду (доданка) безпосередньо за формулою під знаком суми не практикується. Наприклад, в третій з заданих функцій $\frac{1}{1-x}=\sum_{k=0}^{\infty}x^k=1+x+x^2+x^3+\ldots+x^k+\ldots$ знайти k-ий член ряду x^k можна за допомогою методу pow модуля Math, чи k-кратного множення x на x. Але набагато простіше знаходячи наступний доданок взяти значення попереднього доданка і помножити його на x. Математично це виглядає так $a_{k+1}=a_k\cdot x$. Проте в програмі достатньо однієї змінної для зберігання чергового доданка, тому запишемо

a = a * x

або, з використанням спеціальної форми присвоєння

a *= x

Якщо для організації циклу скористатися оператором for, то це присвоєння можна розмістити в завершальній частині його оголошення. Враховуючи, що за умовою суму нараховуємо з точністю до члена, меншого за абсолютною величиною за 0.00001 запишемо такий код методу:

```
public static double fraction2(double x){
	double s = 0;
	for(double a = 1; Math.abs(a) >= 0.00001; a*=x){
		s+=a;
	}
	return s;
}
```

Тут `Math.abs(a)` використано для обчислення модуля числа a, за бажання повністю відмовитися від послуг стандартного модуля можна створити додатковий допоміжний метод abs в своєму класі:

```
private static double abs(double x){return x>=0?x:-x;}
```

Тоді в коді методу `fraction2` звертання до класу `Math` можна уникнути.

Реалізація обчислення першого дробу відрізняється від другого лише тим, що для знаходження наступного доданка попередній слід домножувати на –x. Для обчислення функції $\sin x=\sum_{k=0}^{\infty}(-1)^k\frac{x^{2k+1}}{(2k+1)!}$ слід розрахувати доповнювальний множник діленням наступного доданка на попередній. За формулою $a_k=(-1)^k\frac{x^{2k+1}}{(2k+1)!}$, тоді

$$a_{k-1}=(-1)^{k-1}\frac{x^{2(k-1)+1}}{(2(k-1)+1)!}=(-1)^{k-1}\frac{x^{2k-1}}{(2k-1)!}.$$

Отже $\frac{a_k}{a_{k-1}}=(-1)^k\frac{x^{2k+1}}{(2k+1)!}:(-1)^{k-1}\frac{x^{2k-1}}{(2k-1)!}=\frac{(-1)^k\cdot x^{2k+1}\cdot(2k-1)!}{(-1)^{k-1}\cdot x^{2k-1}\cdot(2k+1)!}=-\frac{x^2}{(2k+1)2k}.$

Тому $a_k=-\frac{x^2}{(2k+1)2k}\cdot a_{k-1}$ і нарахування наступного доданка можна виконувати присвоєнням

a = -x*x*a/((2*k+1)*2*k).

Остаточний код класу MyMath:

```
package lab6;

public class MyMath {

private static double abs(double x){return x>=0?x:-x;}
```

```
public static double sin(double x){
	double s = 0;
	double a = x;
	for(int k = 1; abs(a) >= 0.00001; k++ ){
		s+=a;
		a=-a*x*x/((2*k)*(2*k+1));
	}
	return s;

}

public static double fraction1(double x){
	double s = 0;
	for(double a = 1; abs(a) >= 0.00001;a*=-x){
		s+=a;
	}
	return s;
}

public static double fraction2(double x){
	double s = 0;
	for(double a = 1; abs(a) >= 0.00001; a*=x){
		s+=a;
	}
	return s;
}
}
```

Залишається створити ще однин клас. В ньому слід реалізувати метод main для перевірки функції з MyMath. Оскільки задані значення змінюються з однаковим кроком, то для їх перебору можна скористатися циклом (в інакшому випадку слід по черзі присвоїти кожне значення). Орієнтовний код класу

```
package lab6;
public class Lab6 {

	public static void main(String[] args) {

		for(double t = 1; t <= 7; t+=3){
			double f1=0,f2;
			f1 = 15*MyMath.fraction1(MyMath.sin(3*t))+
			MyMath.fraction2(MyMath.sin(5*t));
			f2 = 15/(1 + Math.sin(3*t))+1/(1 - Math.sin(5*t));
			System.out.println("Значення x = " + t);
			System.out.println("Значення виразу з використанням створених " +
			" функцій: " + f1);
			System.out.println("Значення виразу з використанням стандартних" +
			" функцій: " + f2);

		}


	}

}
```